



## *Cambio de estado en barras flexibles con cadenas de aisladores en subestaciones de alta tensión*

Para el cálculo de los esfuerzos de cortocircuito sobre conductores flexibles de las barras colectoras (tensadas con cadenas de aisladores en ambos extremos de fijación) en las subestaciones de alta tensión, la aplicación de la norma IEC-60865,[1] exige que primero se conozca la tensión estática  $F_{st}$ .

Sin embargo, el cálculo de los esfuerzos por cortocircuitos debe hacerse tanto para la mínima como para la máxima temperatura que puede alcanzar el conductor; por lo tanto, se necesita conocer las tensiones estáticas para esas temperaturas. La presencia de las cadenas de aisladores, afecta el cálculo de cambio de

estado, debido a las características diferentes a los cables, como peso, coeficiente de dilatación, módulo de Young, etc. En este artículo técnico se muestra un método de cálculo de las tensiones estáticas y se utilizará en su implementación, códigos de Matlab.

Ing. Enrique Salazar Jaramillo  
Consultoría Enrique Salazar  
ensaja50@gmail.com  
07 de mayo de 2024

[https://doc.uni75paima.org/10Cambio\\_estado\\_en\\_barras\\_colectoras\\_flexibles.pdf](https://doc.uni75paima.org/10Cambio_estado_en_barras_colectoras_flexibles.pdf)

# Cambio de estado en barras flexibles con cadenas de aisladores en subestaciones de alta tensión

Enrique Salazar Jaramillo  
 Consultoría Enrique Salazar – ensaja50@gmail.com

Citar: J. PAIME, 2024, 1, 1-11  
 07 de mayo de 2024

**Resumen** — Para el cálculo de los esfuerzos de cortocircuito sobre conductores flexibles de las barras colectoras (tensadas con cadenas de aisladores en ambos extremos de fijación) en las sub estaciones de alta tensión, la aplicación de la norma IEC-60865,<sup>[1]</sup> exige que primero se conozca la tensión estática  $F_{st}$ . Sin embargo, el cálculo de los esfuerzos por cortocircuitos debe hacerse tanto para la mínima como para la máxima temperatura que puede alcanzar el conductor; por lo tanto, se necesita conocer las tensiones estáticas para esas temperaturas. La presencia de las cadenas de aisladores, afecta el cálculo de cambio de estado, debido a las características diferentes a los cables, como peso, coeficiente de dilatación, módulo de Young, etc. En este artículo técnico se muestra un método de cálculo de las tensiones estáticas y se utilizará en su implementación, códigos de Matlab.

**Abstract** — For the calculation of short-circuit stresses on flexible conductors of busbars (tensioned with insulator chains at both fixing ends) in high voltage substations, the application of the IEC-60865 standard,<sup>[1]</sup> requires that the static stress  $F_{st}$  be known first. However, the calculation of short-circuit stresses must be done for both the minimum and maximum temperatures that the conductor can reach; therefore, it is necessary to know the static stresses for those temperatures. The presence of insulator chains affects the calculation of change of state, due to the different characteristics to the cables, such as weight, coefficient of expansion, Young's modulus, etc. In this technical article a method of calculating static stresses is shown and Matlab codes will be used in its implementation.

**Términos** — barras colectoras, cadena de aisladores, cable flexible, catenaria, parábola, cambio de estado, tensión estática.

## Nomenclatura

$A$	sección transversal del cable (mm <sup>2</sup> )
$E$	módulo de elasticidad de Young del cable (kg/mm <sup>2</sup> )
$f$	flecha total del cable-cadena de aisladores (m)
$f_i$	flecha aportada por la cadena de aisladores (m)
$f_c$	flecha aportada por el cable (m)
$L$	longitud del vano (m)
$L_i$	proyección horizontal de una cadena de aisladores (m)
$L_c$	proyección horizontal del tramo del cable (m)
$n$	numero de subconductores
$p$	peso por unidad de longitud genérico (kg)
$s_1$	longitud inicial del cable (m)
$s_2$	longitud final del cable (m)
$S_{cad}$	longitud de la cadena con ferretería incluida (kg)
$T_{01}$	tensión inicial horizontal del cable (kg)
$T_{02}$	tensión final horizontal del cable (kg)

$w_1$	peso inicial por unidad de longitud del cable (kg/m)
$w_2$	peso final por unidad de longitud del cable (kg/m)
$W_i$	peso de una cadena de aisladores, con ferretería (kg)
$W_c$	peso total del conductor (kg)
$\alpha$	coeficiente de dilatación lineal (1/°C)
$\Delta\theta$	diferencia de temperatura $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ (°C)
$\theta_1$	temperatura inicial del cable (°C)
$\theta_2$	temperatura final del cable (°C)

## I INTRODUCCIÓN

Los cálculos de los esfuerzos originados por las corrientes de cortocircuito en las barras de las sub estaciones, son de capital importancia, ya que se utilizan para el dimensionamiento de las estructuras y pórticos. Según la norma IEC-60865-1, los esfuerzos de tracción durante el cortocircuito  $F_{t,d}$  y después del mismo  $F_{f,d}$ , así como el esfuerzo por pinzamiento  $F_{pi,d}$  en el caso de conductores en haz, son función directa de la tensión estática  $F_{st}$ . Sin embargo, esta tensión dependerá de las condiciones del conductor y el ambiente, como la temperatura, el viento y la acumulación de hielo, los que influyen sobre la longitud o el peso de los conductores, afectando el valor de la tensión y la flecha estáticas. Además, la tensión y flecha estáticas iniciales se calculan para una temperatura inicial determinada. Además, el tensado inicial de los cables no se realiza necesariamente a esta temperatura, por lo tanto, se exige una tabla que indique las tensiones y flechas para varias temperaturas.

Son dos las ecuaciones que definen el comportamiento de los cables flexibles: la ecuación de la trayectoria del cable y la ecuación que describe el cambio de estado.

### Ecuación de la trayectoria del cable

Un cable que está soportado en sus extremos, y sometido a su propio peso, adquiere la forma de una *catenaria*. Sin embargo, una aproximación aceptable sobre todo para vanos cortos, como es el caso de las barras colectoras en las SE, se puede usar como modelo la curva *parabólica*. La ecuación diferencial de la parábola está dada por<sup>[9]</sup>

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{p}{T_0} \quad (1)$$

Cuya solución general es

$$y(x) = \frac{p}{2T_0} x^2 + c_1x + c_2 \quad (2)$$

Y la ecuación diferencial de la longitud del cable, está dada por

$$\frac{ds}{dx} = \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

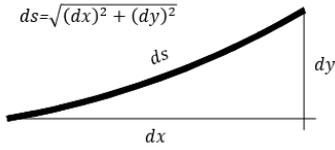


Figura 1. Longitud diferencial de un cable

Diferenciando (2)

$$\frac{dy}{dx} = \frac{p}{T_0} x + c_1 \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3) y aplicando la Fórmula Binomial obtenemos [10]

$$\left[ 1 + \left( \frac{px}{T_0} + c_1 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{px}{T_0} + c_1 \right)^2 - \frac{1}{8} \left( \frac{px}{T_0} + c_1 \right)^4 + \frac{1}{16} \left( \frac{px}{T_0} + c_1 \right)^6 - \dots$$

Considerando solo los dos primeros términos de la serie, ya que los demás son despreciable, obtenemos

$$\frac{ds}{dx} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{px}{T_0} + c_1 \right)^2 \quad (5)$$

### Ecuación de cambio de estado

Las características de un cambio de estado en los cables tensados están regidas por los cambios que se producen en las longitudes de dichos cables, así, por efectos de la tensión mecánica se rigen por la ley de Hooke, [3]

$$\sigma = E\epsilon, \quad \frac{T}{A} = E \frac{\delta_T}{s} \quad (6)$$

Donde

- $\sigma$  esfuerzo (kg/mm<sup>2</sup>)
- $E$  módulo de elasticidad, o módulo de Young (kg/mm<sup>2</sup>)
- $\epsilon$  deformación lineal
- $\delta$  cambio en la longitud del cable debido a la tensión (m)
- $s$  longitud del cable
- $A$  sección transversal del cable (mm<sup>2</sup>)

De (6) obtenemos que

$$\delta_T = \frac{T}{EA} s \quad (7)$$

El otro cambio en la longitud del cable es debido al cambio de temperatura, dado por [3]

$$\delta_\theta = \alpha \Delta\theta s \quad (8)$$

Donde

- $\Delta\theta$  cambio de temperatura (°C)
- $\alpha$  coeficiente de dilatación térmica (1/°C)

$\delta_\theta$  cambio en la longitud del cable debido al cambio de temperatura (m)

Por lo tanto, el cambio total en la longitud del cable partiendo de un estado 1, con las condiciones  $T_{01}$ ,  $\theta_1$  hasta un estado 2, con las condiciones  $T_{02}$ ,  $\theta_2$ , utilizando (7) y (8) se puede establecer con la ecuación

$$\Delta s = s_1 \frac{T_{02} - T_{01}}{EA} + s_1 \alpha \Delta\theta \quad (9)$$

Esta variación  $\Delta s$  debe ser igual a la diferencia entre las longitudes del cable determinadas a partir de la ecuación (5), para los estados 1 y 2, como calcularemos más adelante.

Estas ecuaciones son la base para el encontrar las tensiones estáticas bajo condiciones dadas del conductor, sea que se trate de barras flexibles sin cadena de aisladores o con cadena de aisladores, siendo este último el tema principal de este artículo técnico.

## II CABLES SIN CADENA DE AISLADORES

*Tensiones y flechas.* Lo que nos interesa como valor final son las tensiones y las flechas. La flecha  $f$  se consigue utilizando (2) que se da cuando  $x = L/2$ . Como se puede ver en la Fig. 2 tenemos las condiciones iniciales  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ ; por lo tanto  $c_1 = 0$  y  $c_2 = 0$ , y haciendo  $p = w$ , que es peso por unidad del cable, de (2) obtenemos la expresión de la flecha

$$f = \frac{wL^2}{8T_0} \quad (10)$$

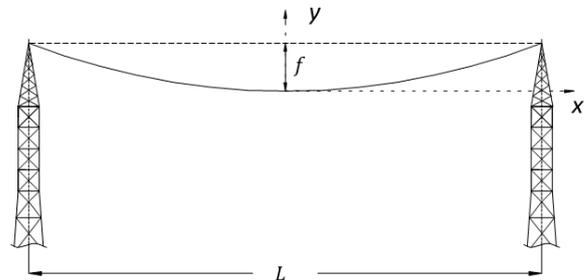


Figura 2. Cables tensados sin cadena aisladores en los extremos

La ecuación (10) nos da la relación entre la flecha y la tensión horizontal en el cable. Normalmente se da una flecha inicial como porcentaje del vano (entre 4 a 8%) [5]

*Longitud del cable.* Una ecuación importante para el proceso de cálculo de cambio de estado, es la longitud del cable. Sabiendo que  $c_1 = 0$ , la ecuación diferencial (5), la longitud del cable quedará simplificada a

$$\frac{ds}{dx} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{wx}{T_0} \right)^2$$

Integrando  $ds$  desde  $-L/2$  a  $L/2$ , obtenemos

$$s \approx L + \frac{w^2}{24T_0^2} L^3 \quad (11)$$

*Cambio de estado.* Por lo tanto, de (9) y (11) podemos concluir que, partiendo de un estado con las condiciones  $T_{01}$ ,  $\theta_1$  y  $w_1$

hasta un estado con las condiciones  $T_{02}$ ,  $\theta_2$  y  $w_2$ , se puede establecer la ecuación [2]

$$\frac{L^3}{24} \left[ \frac{w_2^2}{T_{02}^2} - \frac{w_1^2}{T_{01}^2} \right] = s_1 \alpha \Delta \theta + s_1 \frac{(T_{02} - T_{01})}{AE} \quad (12)$$

Reacomodando (12) obtenemos

$$T_{02}^3 + \left( \frac{w_1^2 L^3 AE}{24 s_1 T_{01}^2} + \alpha AE \Delta \theta - T_{01} \right) T_{02}^2 - \frac{w_2^2 L^3 AE}{24 s_1} = 0 \quad (13)$$

Que es una ecuación de tercer grado de la forma

$$T_{02}^3 + b T_{02}^2 + d = 0 \quad (14)$$

Donde, los parámetros

$$b = \frac{w_1^2 L^3 AE}{24 T_{01}^2 s_1} + \alpha AE \Delta \theta - T_{01} \quad (15)$$

$$d = -\frac{w_2^2 L^3 AE}{24 s_1}$$

De (11) para las condiciones iniciales, estado 1, obtenemos

$$s_1 = L + \frac{w_1^2}{24 T_{01}^2} L^3 \quad (16)$$

En las ecuaciones (15) y (16) todos los valores del lado izquierdo son conocidos. Cualquier valor de tensión,  $T_{02}$ , se calcula sobre la base de una condición llamada EDS (every day stress), que viene ser la tensión para el estado 1, por lo tanto  $T_{02} = T_{01}$ . Se consideran dos valores para EDS, uno para el templado de los cables (barras sin bajantes), y  $w_2 = w_1$ , y el otro con las barras incluyendo las bajantes, que es la configuración final de trabajo de las barras, en este caso  $w_2 \neq w_1$ .

La ecuación (14) se resuelve fácilmente mediante el método de Newton-Raphson [8], con la precisión deseada

$$f(T_{02}) = T_{02}^3 + b T_{02}^2 + d$$

$$f'(T_{02}) = \frac{d[f(T_{02})]}{dT_{02}} = 3T_{02}^2 + 2bT_{02}$$

$$(T_{02})_{i+1} = (T_{02})_i - \frac{f(T_{02})_i}{f'(T_{02})_i} \quad (17)$$

### III CABLES CON CADENA DE AISLADORES

Para el caso de cables sometidos a tracción con cadena de aisladores, con soportes al mismo nivel, en la trayectoria del cable se presentan dos pesos diferentes, del conductor  $w$  y de la cadena de aisladores  $W_i$ . Definimos las proyecciones horizontales para el conductor como  $L_c$  y para la cadena de aisladores  $L_i$ . Además, la flecha total  $f$  está compuesta por la suma de la contribución del conductor  $f_c$  y de la cadena de aisladores  $f_i$  como se aprecia en la Fig. 3 y 4.

*Tensiones y flechas.* Para encontrar la curva del conductor considerando la influencia de la cadena de aisladores, se puede asumir el conjunto como un cuerpo rígido que pivotea en una de sus extremos y vamos a tomar momentos respecto a ese punto, de acuerdo a la Fig. 4, que representa la mitad del vano.

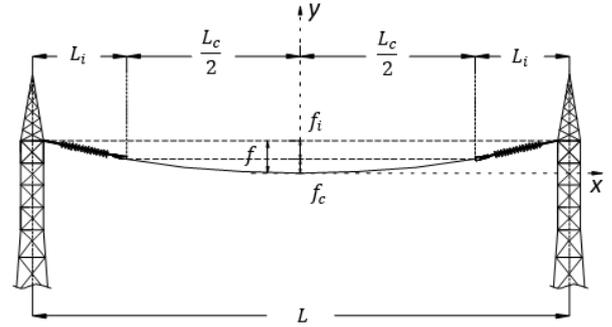


Figura 3. Cables tensados con cadena aisladores en los extremos

Considerando momentos en el punto B, obtenemos [4]

$$T_0 f = \frac{w L_c}{2} \left( \frac{L_c}{4} + L_i \right) + W_i \frac{L_i}{2}$$

y por tanto, podemos expresar la flecha total como

$$f = \frac{1}{8 T_0} [w L_c^2 + 4 L_i (W_i + w L_c)] \quad (18)$$

Ésta, como se puede ver en la Fig. 3 y 4 está dada por

$$f = f_c + f_i$$

donde

$$f_c = \frac{w L_c^2}{8 T_0} \quad (19)$$

$$f_i = \frac{L_i (W_i + w L_c)}{2 T_0} \quad (20)$$

Las ecuaciones (19) y (20) también se pueden obtener de (2). Para el tramo conductor la flecha ya la hemos obtenido, ecuación (10), donde reemplazando  $L$  por  $L_c$ , obtenemos (19). Para obtener la flecha  $f_i$ , evaluando (2) y (4) para las condiciones iniciales  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = w L_c / 2 T_0$  (ver Fig. 5), obtenemos  $c_1 = w L_c / 2 T_0$  y  $c_2 = 0$ , Reemplazando estos valores en (2), así como  $x = L_i$ , y  $p = W_i / L_i$ , obtenemos (20) [9]

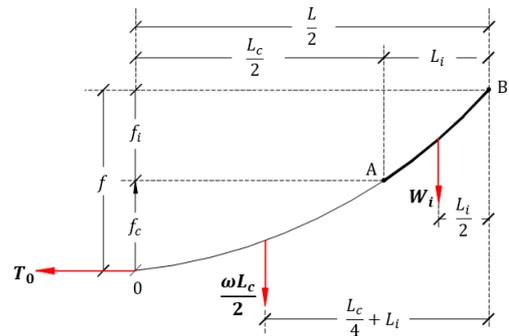


Figura 4. Diagrama de cuerpo libre de combinación cable-cadena

*Longitud del cable y cadena de aisladores.* Las otras ecuaciones importantes son las correspondientes a las longitudes del cable y de la cadena de aisladores. Para deducir estas ecuaciones, consideremos la ecuación diferencial (4), repetida en forma más adecuada en (21) [9]

$$y'(x) = \frac{p}{T_0} x + c_1 \quad (21)$$

Para el tramo del *cable*,  $p = w$ , donde  $y'(0) = 0$  y  $c_1 = 0$ . Integrando de 0 a  $L_c/2$ , obtenemos una expresión similar a (11), pero donde  $L = L_c$ , por tanto

$$s_c = L_c + \frac{w^2}{24T_0^2} L_c^3 \quad (22)$$

Para el tramo de la *cadena*,  $p = W_i/L_i$ . Se ha determinado que  $c_1 = wL_c/2T_0$ , reemplazando estos valores en (5)

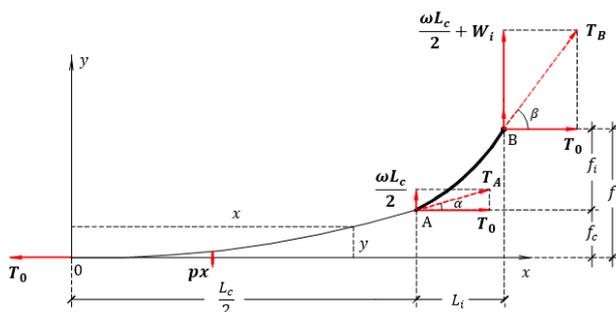
$$\frac{ds}{dx} = 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{W_i}{L_i T_0} x + \frac{wL_c}{2T_0} \right) \quad (23)$$

integramos  $ds$  en entre  $x_1 = 0$  y  $x_2 = L_i$  (el punto A es el origen de la cadena)

$$s_i = \int_0^{L_i} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{W_i}{L_i T_0} x + \frac{wL_c}{2T_0} \right) \right] dx$$

Obtenemos así, la longitud de la cadena

$$s_i = L_i \left( 1 + \frac{4W_i^2 + 6W_i wL_c + 3w^2 L_c^2}{24T_0^2} \right) \quad (24)$$



**Figura 5.** Trayectoria parabólica del cable y la cadena de aisladores y las tensiones en sus límites.

NOTA: El valor de  $W_i = W_{cad}/n$ , donde  $n$  es en número de subconductores

**Cambio de estado.** Para determinar la ecuación de cambio de estado desde un estado 1 (inicial), con las condiciones  $T_{01}$ ,  $\theta_1$  y  $w_1$  hasta un estado 2 (final) con las condiciones  $T_{02}$ ,  $\theta_2$  y  $w_2$ .

El cálculo lo desarrollamos considerando que la longitud de la cadena es invariable durante el cambio de estado, es una aproximación aceptable (el módulo de elasticidad  $E$  de los aisladores es alrededor de 5 veces la del cable, el coeficiente de dilatación  $\alpha$  aproximadamente 0.5 veces la del cable) [5], entonces consideramos que solo variará la longitud del conductor, entonces, de (9) y (22), obtenemos

$$\begin{aligned} L_{c2} - L_{c1} + \frac{w_2^2 L_{c2}^3}{24T_{02}^2} - \frac{w_1^2 L_{c1}^3}{24T_{01}^2} \\ = s_{1c} \alpha \Delta\theta + s_{1c} \frac{(T_{02} - T_{01})}{AE} \end{aligned}$$

Reacomodando, obtenemos

$$\begin{aligned} T_{02}^3 + \left( \frac{w_1^2 L_{c1}^3 AE}{24T_{01}^2 s_{1c}} + \alpha AE \Delta\theta + \frac{L_{c1} AE}{s_{1c}} - \frac{L_{c2} AE}{s_{1c}} \right. \\ \left. - T_{01} \right) T_{02}^2 - \frac{w_2^2 L_{c2}^3 AE}{24s_{1c}} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Simplificada, como la forma (14), pero, donde

$$\begin{aligned} b &= \frac{w_1^2 L_{c1}^3 AE}{24T_{01}^2 s_{1c}} + \alpha AE \Delta\theta - T_{01} + \frac{L_{c1} AE}{s_{1c}} - \frac{L_{c2} AE}{s_{1c}} \\ d &= -\frac{w_2^2 L_{c2}^3 AE}{24s_{1c}} \end{aligned} \quad (26)$$

En (26), desconocemos  $L_{c1}$  y  $L_{c2}$ . De la Fig. 3

$$L_{c1} = L - 2L_{i1} \quad (27)$$

Donde la proyección horizontal de la cadena  $L_{i1}$  no es conocida. Asimismo, la tensión inicial  $T_{01}$  que es función de  $L_{c1}$  tampoco es conocida, como se aprecia en (28), que se obtiene de (18), para la condición inicial, estado 1

$$T_{01} = \frac{1}{8f} [wL_{c1}^2 + 4L_i(W_i + wL_{c1})] \quad (28)$$

Por lo tanto, en las ecuaciones (26) tenemos 3 valores desconocidos,  $T_{01}$ ,  $L_{c1}$  y  $L_{c2}$ , que dificultan la solución de (14) y se tienen que utilizar métodos numéricos. El método propone una solución para  $T_{02}$ , dada una flecha inicial  $f$ , con unas condiciones iniciales  $\theta_1, w_1$  y unas condiciones finales  $\theta_2, w_2$

#### IV MÉTODO DE SOLUCIÓN

Este método es aplicable a cadenas con aisladores de suspensión de vidrio o porcelana, así como también con aisladores poliméricos. Para resolver (14) con los parámetros  $b$  y  $d$  dados en (26) y como se indicó anteriormente, se asume que no hay variación en la longitud de la cadena, esto es  $s_{i1} = s_{i2} = s_{cad}$ , y de (24) podemos expresar  $L_{i1}$  como

$$L_i = \frac{s_{cad}}{\left( 1 + \frac{4W_i^2 + 6W_i wL_c + 3w^2 L_c^2}{24T_0^2} \right)} \quad (29)$$

#### Cálculo de la tensión $T_{01}$ , la condición inicial

Se asume inicialmente que  $L_{i1} = s_{cad}$  y con (27) calculamos el valor inicial de  $L_{c1}$ . Con (28) calculamos el valor inicial de  $T_{01}$ . Con (29) calculamos un nuevo valor de  $L_{i1}$ .

Con este nuevo valor, calculamos un nuevo valor de  $L_{c1}$  y un nuevo valor de  $T_{01}$ . Se repite el proceso  $n$  veces hasta alcanza un valor preestablecido para la diferencia  $\Delta T_{01} = |(T_{01})_n - (T_{01})_{n-1}|$ . Obteniendo los valores finales de  $T_{01}$  y  $L_{c1}$ , por lo tanto, de  $L_{i1}$ .

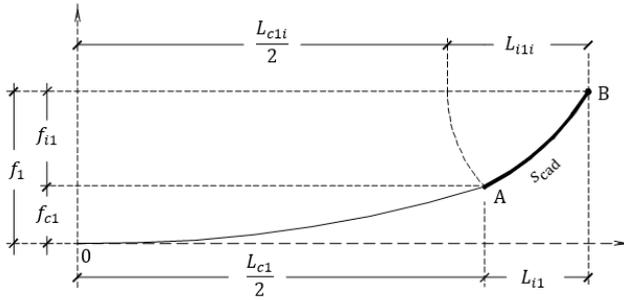


Figura 6. Ajuste de  $T_{01}$  desde el valor inicial de  $L_{i1}$  hasta su valor real.

Debemos tener en cuenta que el peso total del conductor dependerá de su peso unitario  $w$  para la condición correspondiente y la longitud  $L_c$  inicial, que este caso es  $L_{c1}$  (caso de la aproximación parabólica). Así para la condición inicial,  $w_1 L_{c1} = W_{c1}$  y  $w_2 L_{c1} = W_{c2}$ . Estos pesos permanecerán invariables para cualquier cambio de temperatura, la masa del conductor no aumenta. Estos pesos totales reemplazamos en las ecuaciones de las flechas (19), (20), en la longitud del cable (22), los parámetros  $b$  y  $d$  (26), la tensión (28) y la ecuación de longitud de  $L_{i1}$  (29). Obteniendo las ecuaciones simplificadas

$$f_{c1} = \frac{W_{c1}}{8T_{01}} L_{c1} \quad (30)$$

$$f_{i1} = \frac{L_{i1}}{2T_{01}} (W_{i1} + W_{c1}) \quad (31)$$

$$s_{c1} = L_{c1} + \frac{W_{c1}^2}{24T_{01}^2} L_{c1} \quad (32)$$

El parámetro  $b$  y  $d$

$$b = \left( \frac{W_{c1}^2 AE}{24T_{01}^2 s_{1c}} L_{c1} - T_{01} + \frac{L_{c1} AE}{s_{1c}} \right) + \alpha AE \Delta \theta - \frac{L_{c2} AE}{s_{1c}} \quad (33)$$

$$d = -\frac{W_{c2}^2 AE}{24s_{1c}} L_{c2} \quad (34)$$

### Cálculo de la tensión $T_{02}$ . Cambio de estado

Tensión  $T_{02i}$  de inicio para el estado 2

Para el cálculo de la tensión  $T_{02}$ , se toman como valores iniciales  $T_{02} = T_{01}$ ,  $L_{i2} = L_{i1}$ , obtenidos como valores finales del cálculo anterior. Se calculan los valores  $L_{c2} = L - 2L_{i2}$  y los parámetros  $b$  y  $d$  con (33) y (34), para un  $\Delta\theta$  determinado, se reemplazan en (14) y se obtiene el valor inicial  $T_{02i}$ .

Base de cálculo de tensión  $T_{02f}$  final para el estado 2

Para un cambio de estado las dimensiones de  $L_{i2}$  es desconocida y varía con la temperatura y/o el peso del cable, como se puede ver en la Fig. 7

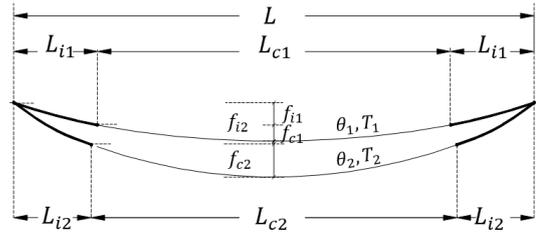


Figura 7. Variación de dimensiones de  $L_i$ ,  $L_c$  por cambio de estado.

Por las ecuaciones (33) y (34) vemos, que, para un cambio de un estado, la tensión  $T_{02}$  es función de  $L_{c2}$ , y por lo tanto de  $L_{i2}$ , así, la ecuación de estado (14) la podemos expresar como

$$T_{02,estado}^3 + b(L_{i2})T_{02,estado}^2 + d(L_{i2}) = 0 \quad (35)$$

La otra ecuación que nos da el valor de  $T_{02}$  se obtiene de (29), deducida de la ecuación de la parábola, así

$$T_{02,parabola} = \sqrt{\frac{(4W_i^2 + 6W_i W_c + 3W_c^2)}{24 \left( \frac{s_{scad}}{L_{i2}} - 1 \right)}} \quad (36)$$

La Fig. 8 muestra las dos curvas,  $T_{02,parabola}$  y  $T_{02,estado}$ , versus  $L_{i2}$ . La intersección de estas curvas nos da los valores finales de  $T_{02}$  y  $L_{i2}$ , por lo tanto, el valor de  $L_{c2}$  buscados.

El valor de tensión estática  $F_{st}$  que se solicita en la Norma IEC-60865 será entonces,

$$F_{st} = gT_{02} \quad (N) \quad (37)$$

Procedimiento de cálculo de tensión  $T_{02f}$  final para el estado 2

Como ya se ha indicado con los valores iniciales para  $T_{02}$ ,  $L_{c2}$ , se calculan  $b$  y  $d$  con las ecuaciones (33) y (34) respectivamente. Mediante el método de Newton-Raphson se encuentra  $T_{02,estado}$  con (35) y  $T_{02,parabola}$  con (36). Se calcula  $\Delta T_{02} = T_{02,estado} - T_{02,parabola}$  y se sigue un proceso de aproximación sucesiva de  $T_{02}$ , variando  $L_{i2}$  y volviendo a calcular  $\Delta T_{02}$  y hasta que  $|\Delta T_{02}| < Er_a$ .

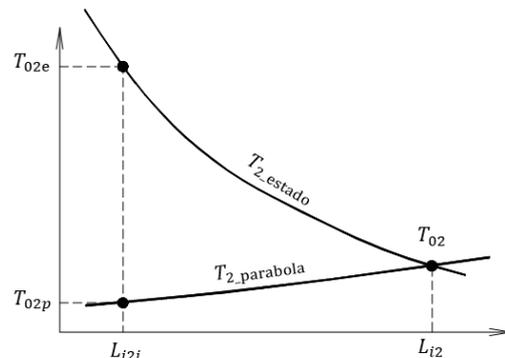


Figura 8. Curvas de  $T_{02}$  vs  $L_{i2}$  según ecuaciones de estado y de parábola

La aproximación de  $T_{02}$ , en este caso, se realiza estableciendo un valor incremental  $\Delta L_{i2}$ , se calcula  $(L_{i2})_{n_1} = L_{i2i} + n_1 \Delta L_{i2}$  para  $n_1 = 1, 2, \dots$ , hasta que  $\Delta T_{02} < 0$ . Al llegar a este punto, se regresa al valor  $(L_{i2})_{n_1-1}$ . Se inicial nuevamente el proceso,

ahora con un incremento de  $\Delta L_{i2}/10$ , se calcula  $(L_{i2})_{n_2} = (L_{i2})_{n_2-1} + n_2 \Delta L_{i2}/10$  para  $n_2 = 1, 2, \dots$ , hasta que  $\Delta T_{02} < 0$ . El proceso sigue hasta que  $|\Delta T_{02}| < Er_a$  (Ver Fig. 9). También se puede usar primero el método incremental, seguido de un método de bisección, por ejemplo.

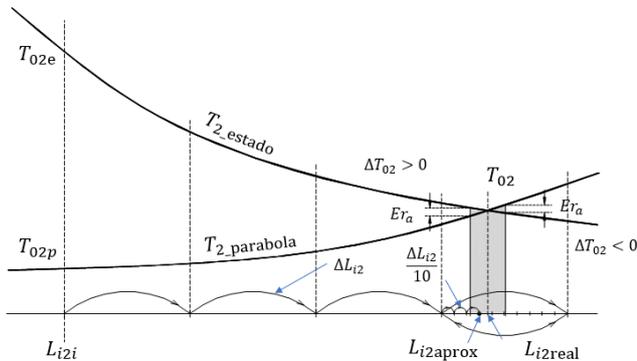


Figura 9. Proceso iterativo para calcular  $T_{02}$ , para  $n_1 = 4$  y  $n_2 = 3$

V VALIDACIÓN DEL MÉTODO

Para verificar la validez del método se ha comparado algunos resultados obtenidos en [5] para barras colectoras en 220 kV para vanos de 36 m y 58.5 m y de 400 kV, para vanos de 28 m y 56 m. para flechas de 4% y 8% del vano

Los resultados de [5] que se han considerado para comparación corresponden a la columna de cadenas inextensibles, sin viento, de las Tablas presentadas en la referencia, igual al considerado en el método propuesto

Tabla 1. Características del cable de [5]

Descripción	Valores
Tipo de material del conductor	1113 ACSR/AS
A, mm <sup>2</sup>	603.09
w <sub>1</sub> , kg/m	1.821
W <sub>i</sub> , kg (220/400 kV)	76.77/115.17
E, kg/mm <sup>2</sup>	7,105
α, 1/°C	2.09x10 <sup>-5</sup>
s <sub>cad</sub> , m (220/400kV)	2.913/4.37
θ <sub>1</sub> , °C	80

Los resultados de [5] que se han considerado para comparación corresponden a la columna de cadenas inextensibles, sin viento, de las Tablas presentados en la referencia, igual al considerado en el método propuesto

Tabla 2. Tensiones en N, voltaje 220 kV

Condición		Referencia [5] (Catenaria)		Propuesto (Parábola)	
Vano (m)	Flecha inicial	4%	8%	4%	8%
36	80°C	2,694	1,316	2,698	1,320
	20°C	2,961	1,351	2,956	1,351
	-10°C	3,126	1,369	3,115	1,368
58.5	80°C	3,694	1,837	3,691	1,830
	20°C	4,189	1,896	4,177	1,886
	-10°C	4,521	1,928	4,502	1,916

Tabla 3. Tensiones en N, voltaje 400 kV

Condición		Referencia [5] (Catenaria)		Propuesto (Parábola)	
Vano (m)	Flecha inicial	4%	8%	4%	8%
28	80°C	3,547	1,680	3,567	1,710
	20°C	3,769	1,710	3,781	1,737
	-10°C	3,897	1,726	3,903	1,750
56	80°C	4,117	2,014	4,123	2,019
	20°C	4,534	2,069	4,527	2,069
	-10°C	4,794	2,098	4,777	2,094

Los errores más grandes se producen para 400 kV, con vano de 28 m, en este caso la influencia de la cadena es mayor; sin embargo, el error máximo para este caso es de 1.8% que es aceptable. En todos los demás casos, el error no pasa de 0.65%.

VI CASO DE ESTUDIO Y RESULTADOS

El método de cálculo propuesto se aplicó para calcular los esfuerzos en barras con 2 sub conductores con 2 bajantes de igual disposición que las barras principales, y con cadena de aisladores de porcelana, en una subestación de 220 kV. El cálculo solo considera encontrar la tensión estática F<sub>st</sub> y el valor de L<sub>c</sub> finales para cada estado, esto es, para cada temperatura.

Tabla 4 Datos caso estudio

Descripción	Valores
Tipo de material del conductor	AAAC
L, m	28
A, mm <sup>2</sup>	500
w <sub>1</sub> , kg/m	1.372
w <sub>2</sub> , kg/m	2.463
W <sub>cad</sub> , kg	100.51
E, kg/mm <sup>2</sup>	5,700
α, 1/°C	2.3x10 <sup>-5</sup>
s <sub>cad</sub> , m	3.168
n,	2
f, %L	4.0
θ <sub>1</sub> , °C	20

En las Tabla 4 se muestran los datos y en la Tabla 5 y 6, los resultados. También se dan los resultados de las iteraciones en forma gráfica, obtenidas de la simulación en MATLAB.

Tabla 5 Ajuste de T<sub>01</sub> por variación de L<sub>i</sub>. Iteraciones

i	(T <sub>01</sub> ) <sub>i</sub>	L <sub>i</sub>	L <sub>c</sub>	(T <sub>01</sub> ) <sub>i+1</sub>
0		3.168	21.667	184.98
1	184.98	3.086	21.627	183.46
2	183.46	3.085	21.831	183.43
3	183.43	3.085	21.831	183.43

Se ha calculado para dos temperaturas θ<sub>2</sub> = 75°C, y θ<sub>2</sub> = 10°C, sin viento. Los resultados se muestran en la Tabla 5

**Tabla 6** Resultados

Descripción	EDS 20°C	Valores a temperatura		
		20°C	75°C	10°C
$W_c$ , kg	59.90	107.53	107.53	107.53
$T_{02}$ , kg	183.4	246.6	230.4	250.0
$f$ , m	1.120	1.247	1.333	1.230
$f$ , %L	4.00	4.45	4.76	4.39
$f_c$ , m	0.446	0.594	0.637	0.586
$f_i$ , m	0.674	0.652	0.696	0.644
$L_i$ , m	3.085	3.094	3.083	3.096
$L_c$ , m	21.831	21.812	21.833	21.808

Por lo tanto, para los cálculos de las tensiones  $F_{t,d}$ ,  $F_{f,d}$  y  $F_{pi,d}$ , se toman los valores de  $T_{02}$  calculados, expresados en N, y los valores de  $L_c$  en m, que requiere la Norma IEC 60865. En conclusión, obtenemos

	75°C	10°C
$F_{st}$ , N	2,260	2,453
$L_c$ , m	21.83	21.81

En la Tabla 6 vemos que la influencia de las cadenas de aisladores se hace más evidente para vanos pequeños y con cadenas de mayor cantidad de aisladores. Cuando el vano crece va disminuyendo su influencia. Así, para 18 aisladores y 75°C, con un vano de 20 m, la tensión es 2.3 veces mayor, que si despreciamos las cadenas; en cambio, con un vano de 60 m, la relación es de solamente 1.16 veces.

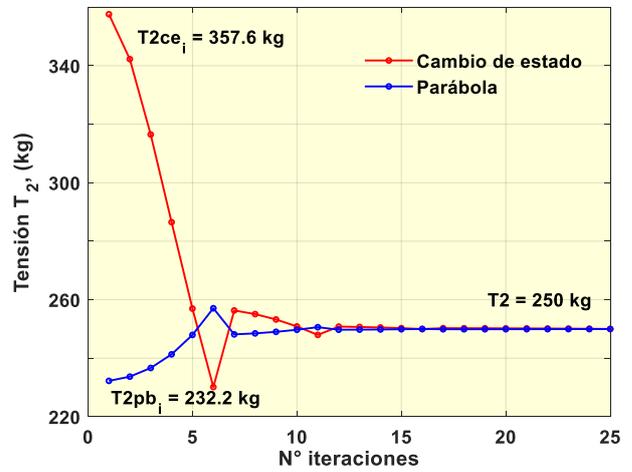
**Tabla 7.** Comparación del efecto de las cadenas de aisladores.

Parámetros		Tensiones $T_{02}$ (kg)			
$L$ (m)	$\theta$ (°C)	N° de aisladores			
		0	7	12	18
20	20	85.8	107.5	132.3	174.8
	75	75.3	106.4	130.9	172.4
40	20	171.5	182.4	194.8	215.9
	75	150.6	171.5	184.5	205.9
60	20	257.3	264.5	272.8	289.6
	75	229.8	243.5	255.3	267.1

En la Figura 10, se muestran las iteraciones en forma gráfica para el cambio de estado de 20°C a 10°C. Se ve la variación entre la  $T_{02}$  sin considerar la variación de  $L_i$  y considerando esta variación



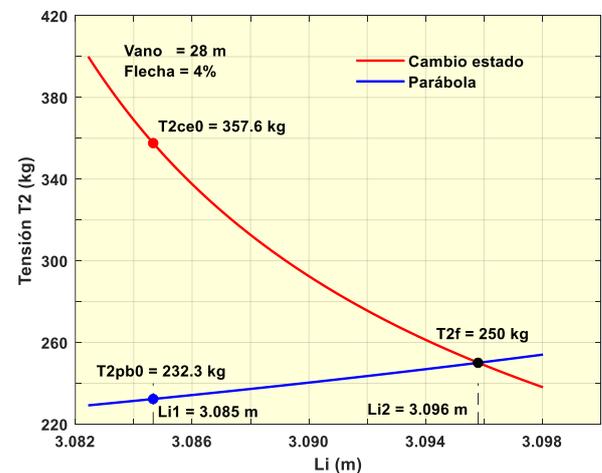
(a)



(b)

**Figura 10.** (a) muestra la evolución de las tensiones  $T_{02}$  (sin ajuste de  $L_{i2}$ ), vs. el N° de iteraciones. (b) muestra la evolución de  $T_{02}$  (con ajuste de  $L_{i2}$ ) vs. N° de iteraciones, para las curvas de cambio de estado y curva parabólica correspondiente

En la Fig. 11 se muestran las curvas de cambio de estado y parabólica de  $T_{02}$  vs  $L_{i2}$  y su intersección. Estas curvas se corresponden con la gráfica (b) de la Fig. 10



**Figura 11.** Curvas de evolución de la tensión  $T_{02}$  vs  $L_{i2}$ , hasta el punto de equilibrio de las trayectorias de cambio de estado y parabólicas

## VII CONCLUSIONES

En las Subestaciones de Alta Tensión, las barras flexibles tensadas por aisladores de suspensión tienen vanos cortos comparadas con las líneas de transmisión y se puede utilizar la curva parabólica como aproximación de la catenaria.

En estos casos la tensión en los cables es influenciada por la presencia de las cadenas de aisladores, por lo tanto, tienen que tenerse en cuenta en los cálculos.

Es importante tener un cálculo más real de la tensión estática, ya que de ella dependen directamente, las tensiones que se producen durante y después de las corrientes de cortocircuito, así como la tensión de pinzamiento en el caso de conductores en haz.

Los resultados de los cálculos efectuados con este método han sido verificados comparándolos para varios vanos, flechas y temperaturas con otro estudio.

Este método de cálculo se puede aplicar a otros casos, para tener un valor más exacto de las tensiones de tiro en condiciones estáticas.

## REFERENCIAS

- [1] *Corrientes de cortocircuito – Cálculo de efectos – Parte 1: Definiciones y métodos de cálculo*, Norma IEC 60865-1 – 2011-10.
- [2] *IEEE Guide for Bus Design in Air Insulated Substations*, IEEE Standard 605-2008, May 2010.
- [3] *Timoshenko – Resistencia de Materiales*, James Gere 5<sup>a</sup> ed.
- [4] *Subestaciones de Alta y Extra Tensión*, Mejía Villegas 2<sup>da</sup> ed.
- [5] *Efecto de las cadenas de aisladores en las tensiones de los cables expuestos al viento en Subestaciones de Transmisión y su impacto en el diseño de las estructuras mayores*. J.I. Vilar R., J.S García C., M.A. Reynoso F. y F. de Artola N.
- [6] *Final Tensión approximation method for determining the maximum sag of a bare overhead conductor*, Shaun McCarthy, Nirmal-Kumar C. Nair – IET Generation, Transmission & Distribution.
- [7] *Substations – Volume III – Conductors & Bus*, PDHonline Course E470 (3 PFH), Lee Layton
- [8] *Métodos Numéricos para Ingenieros*, Steven C. Chapra y Raymond P. Canale
- [9] *Engineering Mechanics. Statics*, R.C. Hibbeler.
- [10] *Advanced Calculus, Theory and Practice*, John Srdjan Petrovic